

”Елементи теорії поля”

Приклади для самостійного розв’язування.

1. Задано скалярне поле $u = (x, y, z)$ і точки $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2)$.
Знайти:
 - a. $\overrightarrow{\text{grad}}u(x, y, z)$ в точці A ;
 - b. похідну функції $u = (x, y, z)$ в точці A за напрямком \overrightarrow{AB} .
 - 1) $u = 2\text{tg}x - zy^3 + \ln(y - 2), A(0, 4, -2), B(1, 1 - 4)$;
 - 2) $u = \ln(x^2 + z^2) - xy^3 + 5z, A(-1, 3, -2), B(-2, 3, 0)$;
 - 3) $u = x^2 + 2\sqrt{y^2 + z^2} - z^3, A(1, 4, -3), B(1, 4, 2)$.
2. З’ясувати, чи є векторне поле \vec{a} соленоїдальним і потенціальним, якщо $\vec{a} = P(x, y, z)\vec{i} + Q(x, y, z)\vec{j} + R(x, y, z)\vec{k}$.
 - 1) $\vec{a} = (2x - z)\vec{i} + (2y - xz)\vec{j} + (4 - 2x)\vec{k}$;
 - 2) $\vec{a} = (y + z^2)\vec{i} + (x^2 + 3y)\vec{j} + xy\vec{k}$;
 - 3) $\vec{a} = (z - 6y)\vec{i} + (x^2 - y)\vec{j} + (\sin x - y)\vec{k}$;
 - 4) $\vec{a} = (y + z)\vec{i} + 2z\vec{j} + 3y\vec{k}$.
3. Обчислити роботу сили $\vec{F} = (x - y^2)\vec{i} + (x^2 - y)\vec{j}$ вздовж лінії $y = x + 2$ від точки $A(0; 2)$ до точки $B(1; 3)$.
4. Знайти потік векторного $\vec{a} = -2x\vec{i} + z\vec{j} + (x + y)\vec{k}$ поля через кусково-гладку замкнену поверхню S , що утворена перетином поверхонь $x^2 + y^2 = 2y, z = x^2 + y^2, z = 0$.
5. Знайти потік векторного $\vec{a} = 3x^2\vec{i} - 2x^2y\vec{j} + (2x - 1)\vec{k}$ поля через кусково-гладку замкнену поверхню S , що утворена перетином поверхонь $x^2 + y^2 = 4, z = 1, z = 0$.
6. Знайти потік векторного $\vec{a} = (2x + y)\vec{i} - 2x^2\vec{j} + (y + 2z)\vec{k}$ поля через кусково-гладку замкнену поверхню S , що утворена перетином поверхонь $z = 2 - 4(x^2 + y^2), z = 4(x^2 + y^2)$.
7. Знайти потік векторного $\vec{a} = y^2x\vec{i} + z^2y\vec{j} + x^2z\vec{k}$ поля через кусково-гладку замкнену поверхню S $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.
8. Знайти потік векторного $\vec{a} = (x + y + z)\vec{i} + (2y - x)\vec{j} + (3z + y)\vec{k}$ поля через кусково-гладку замкнену поверхню S , що утворена перетином поверхонь $y = x, y = 2x, z = x^2 + y^2, z = 0$.